

университета. – 2013. – №2. – С. 126-130.

2. Емелина С.А., Хачин С.В. Современные информационные технологии для эффективного менеджмента в малом бизнесе. Управление и организация – 2015 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://sci-article.ru/stat.php?i=1435574669>.

3. Основные функции CRM-систем. – Блог Sails CRM – 2015 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://sails-crm.com/blog/2012/12/29/basic-functions-of-crm-systems/>.

4. Virtual Private Network – виртуальная частная сеть – 2015 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/wiki/VPN>.

5. Социальные бот-сети - 2011 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://geektimes.ru/post/124351/>.

6. Пять лучших облачных CRM-систем на русском языке [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.klerk.ru/boss/articles/386796/>.

Сергеева Инна Ивановна

*к.э.н., доцент кафедры математики, информатики и информационных технологий
ФГБОУ ВПО «Орловский государственный институт экономики и торговли»
e-mail: inchiksergeeva@yandex.ru*

Царева Маргарита Ивановна

*студентка 4 курса факультета экономики и управления
ФГБОУ ВПО «Орловский государственный институт экономики и торговли»
e-mail: tsaruova@mail.ru*

Яловик Ярослав Леонидович

*студент 3 курса факультета информационных технологий и системного анализа
ФГБОУ ВПО «Орловский государственный институт экономики и торговли»
e-mail: jaroslav@jalovik.ru*

УДК 338.121

Р.Е. Волков, И. П. Прищеп

ПРОИЗВОДСТВЕННАЯ ФУНКЦИЯ КОББА-ДУГЛАСА В ИССЛЕДОВАНИИ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА

В данной статье рассматривается зависимость количества выпускаемой продукции от объема используемых ресурсов: труда и капитала. Эта зависимость представлена в виде двухфакторной экономико-математической функции Кобба-Дугласа, впервые использованной в начале прошлого века для анализа экономики США.

Ключевые слова: зависимость, выпуск продукции, факторы производства, экономический рост, производственная функция, функция Кобба-Дугласа.

Как известно, процесс выпуска продукции осуществляется путем использования факторов производства. Приступая к процессу изготовления товаров и услуг, любой предприниматель знает, что выпущенная им продукция может быть получена посредством использования различных комбинаций факторов, принимающих участие в их производстве. Таким образом, его задача сводится к выбору наиболее выгодной комбинации, которая позволила бы максимально

эффективно использовать имеющиеся ресурсы, то есть позволила бы выпустить максимальный объем продукции при минимальных затратах. Если при данной технологии принять качество факторов постоянным, то на объеме производства будет отражаться только изменение их количества.

Анализ экономического роста привел к созданию его динамических моделей, необходимых для исследования условий достижения оптимального (равновесного) темпа экономического роста для каждой конкретной ситуации, а также для выработки эффективной долгосрочной государственной политики.

В современных теоретических исследованиях проблем экономического роста выделяются следующие два направления: неоклассическое и неокейнсианское. Представители неокейнсианской школы экономики считали, что темп экономического роста определяется величиной предельной склонности к сбережению, и равновесный рост может сопровождаться неполной занятостью. Представители неоклассической школы считали же, что темп экономического роста при отсутствии технического прогресса определяется темпом прироста трудовых ресурсов, а также трактовали экономический рост как нормальное состояние экономики, а не нарушение равновесия [2]. В качестве инструмента количественного анализа экономического роста неоклассики использовали производственную функцию, основанную на предпосылках полной занятости, гибкости цен на всех рынках, а также полной взаимозаменяемости факторов производства. Рассмотрим ее более подробно.

Под производственной функцией (функцией производства) понимается экономико-математическая зависимость между величиной выпуска продукции (количество продукции) и факторами производства (ресурсы, технологии). Она может выражаться как множество изоквант.

Изокванта – это кривая равного выпуска продукции (кривая безразличия), все точки которой показывают различные сочетания факторов производства, приносящие одинаковый результат (количество продукции).

При изменении технологии строится новая производственная функция. Затраты факторов позволяют сделать вывод об объеме выпускаемой продукции, а их количество – об уровне применяемой технологии. Как правило, чем выше уровень технологии, тем сложнее производственная функция. Она может определяться как для всего предприятия, так и для отдельных производственных участков.

Таким образом, в экономике используется огромное количество самых разнообразных производственных функций. Но все же наибольшую популярность имеют двухфакторные функции, которые легче поддаются анализу, благодаря их графическому представлению, и имеют вид:

$$Q=f(X,Y) \quad (1)$$

Попытки исследовать, в какой степени производительность и различные пропорции факторов производства воздействуют на экономический рост, привели к созданию наиболее известной среди двухфакторных функций – модели

Кобба-Дугласа. Производственная функция Кобба-Дугласа (Cobb-Douglas production function) – это модель, показывающая зависимость объёма производства от создающих его факторов производства – труда и капитала. В общем виде она выглядит следующим образом [3]:

$$Q=f(K,L), \quad (2)$$

где Q – объем выпуска;

K – капитал (оборудование);

L – труд.

Впервые эта функция была предложена в далеком 1893 году известным шведским теоретиком, экономистом, создателем ряда работ в рамках Стокгольмской и Австрийской школ Юханом Густавом Кнутом Викселлем (швед. Johan Gustaf Knut Wicksell) в его первой крупной работе «Стоимость, капитал и рента».

Но на статистических данных она была проверена лишь в 1928 г. американскими учеными - математиком Чарльзом Коббом (Charles Cobb) и учеником Дж. Б. Кларка по Чикагскому университету экономистом Полом Ховардом Дугласом (Paul Douglas) в работе «Теория производства» («A Theory of Production»). В своей статье они попытались эмпирическим путём определить влияние затрачиваемого капитала и труда на объём выпускаемой продукции в обрабатывающей промышленности США в 1920-е годы прошлого столетия – эпоху «просперити» (кратковременный период хозяйственного подъема в США после первой мировой войны, достигнут благодаря автомобилизации) в виде равенства:

$$Q \sim L^{0,73} \times K^{0,27} \quad (3)$$

Функция получена в результате математического преобразования простейшей производственной функции в модель, показывающую, какой долей совокупного продукта вознаграждается участвующий в ее создании фактор производства. Как мы видим, в функции Кобба - Дугласа фигурируют только два основных фактора производства: труд и капитал, которые являются комплементарными, то есть взаимодополняемыми и взаимозаменяемыми, роль других факторов производства не учитывается.

В наиболее простом виде производственная модель Кобба - Дугласа имеет следующий вид:

$$Q = A \times L^{\alpha} \times K^{\beta}, \quad (4)$$

где A – производственный коэффициент;

α – коэффициент эластичности по труду;

β – коэффициент эластичности по капиталу.

Производственный коэффициент показывает уровень технологической производительности, воплощенной в самой совершенной технике, конструкции-

ях, новых материалах; меняется при изменении базовой технологии (через 30-40 лет); α и β показывают доли капитала в совокупном доходе.

Но ни Чарльз Кобб, ни Пол Дуглас не предоставили теоретических обоснований постоянства коэффициента A в разных секторах экономики [4]. Например, при рассмотрении функции для двух секторов экономики с одинаковыми технологическими коэффициентами:

$$\begin{aligned} Q_1 &= A \times L_1^\alpha \times K_1^\beta \\ Q_2 &= A \times L_2^\alpha \times K_2^\beta, \end{aligned} \quad (5)$$

в сумме не будет получаться ожидаемое:

$$Q_1 + Q_2 = A \times (L_1 + L_2)^\alpha \times (K_1 + K_2)^{1-\alpha}. \quad (6)$$

Равенство возможно, лишь если:

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{K_1}{K_2} \quad (7)$$

Функция Кобба-Дугласа будет являться линейно однородной, то есть демонстрировать постоянную отдачу при изменении масштабов производства при условии, что сумма показателей степени ($\alpha + \beta$) равна единице. Если сумма показателей степени больше, чем единица, то функция отражает возрастающую отдачу, а если меньше – убывающую, то есть имеет место эффект масштаба (соответственно, положительный и отрицательный) [2]. Функции Кобба-Дугласа соответствует выпуклая и «гладкая» изокванта.

Производственная функция Кобба-Дугласа основывается на предположениях о понижающейся предельной отдаче ресурсов и постоянстве коэффициентов эластичности по затратам ресурсов. Таким образом, эластичность замещения ресурсов в любой точке кривой равна единице, то есть функции Кобба-Дугласа – функция с постоянной эластичностью замещения факторов (CES-функция)

$$Q = A[\alpha L^{-p} + \beta K^{-p}]^{\frac{-1}{p}} \quad (8)$$

для которой в пределе при $p \rightarrow 0$ получаем:

$$Q = A \times L^\alpha \times K^\beta \quad (9)$$

Существенным недостатком данной модели является тот факт, что она не учитывает изменение качества факторов производства, поэтому способна описывать только экстенсивный тип экономического роста, то есть за счет простого наращивания применяемых факторов (средств производства и рабочей силы). Модификация функции, учитывающая технический прогресс, достигается

введением дополнительного сомножителя $e\pi$, где π – темп технического прогресса (константа).

Но любая экономическая модель является лишь упрощенным отражением реальности, так как одновременно не может учитываться все многообразие деталей. Поэтому ни одна из них не является абсолютной и всеобъемлющей, способной описать сложнейшие процессы, происходящие в экономике.

Однако благодаря таким упрощенным моделям, как двухфакторная функция Кобба-Дугласа, определяется комплекс действий для управления динамикой выпуска продукции, вероятностные значения которого можно вычислить, произведя несложные математические расчеты.

Например, описываемая модель показывает зависимость между набором факторов конкретного производства и максимально возможным выпуском продукции, а также с помощью ее стало возможно:

- достижение многими предприятиями максимальной прибыли и рентабельности производства;
- определение кадровой структуры предприятия и круг оптимальных вариантов, предусматривающих различные комбинации факторов производства;
- расчет минимального количества затрат, необходимых для производства определенного объема продукта;
- объяснение, каким образом будет осуществляться экономический рост с учетом внедрения достижений научно-технического прогресса.

Кроме этого, она обладает рядом важных свойств [1]:

1) с помощью ее можно доказать постоянство отдачи от масштаба: если в равных пропорциях увеличивать объем труда и капитала, то также пропорционально будет увеличиваться и объем выпуска;

2) прогнозирует изменения в предельной производительности: при нарушении оптимальных пропорций между факторами производства эффективность производства снизится. Например, если в производство привлечь дополнительное количество капитала K , а количество труда L оставить на прежнем уровне, то при прочих равных условиях предельная производительность труда MPL возрастет, а предельная производительность капитала MPK , наоборот, снизится. Если же увеличить количество труда, а объем капитала не изменять, то его предельная производительность снизится, а предельная производительность капитала возрастет;

3) позволяет найти эффективную модель экономического роста, указывая на постоянство отношения дохода от труда к доходу от капитала (β/α), т.е. соотношения долей капитала и труда в национальном продукте.

Исследования экономиста и влиятельного американского сенатора штата Иллинойс Пола Дугласа показали, что в США за сорок лет соотношения $\frac{\beta}{\alpha}$ постоянно колебалось в соотношении 2:3.

Следует также отметить тот факт, что функция Кобба-Дугласа, отразив неоклассическую предпосылку о гибкости пропорций между применяемыми факторами труда, положена в основу других макроэкономических моделей: Де-

нисона, Солоу, Льюиса и Мида, показывающих зависимость между длительно действующими силами макроэкономического роста, и силами, выражающими характерную для капиталистического развития неустойчивость роста и распределения дохода. Один из последователей, Роберт Мертон Солоу, в 1987г. за свою макроэкономическую модель был удостоен звания Лауреата Нобелевской премии «за фундаментальные исследования в области теории экономического роста».

Список литературы:

1. Матвеева Т.Ю. Введение в макроэкономику. – 7-е изд., испр. – М.: Изд. дом ГУ ВШЭ, 2010. – 511 с.
2. Неоклассическая экономическая теория [Электронный ресурс] // Wikipedia: свободная энциклопедия: сайт. – Режим доступа: [https://ru.wikipedia.org/wiki/ Неоклассическая_экономическая_теория](https://ru.wikipedia.org/wiki/Неоклассическая_экономическая_теория).
3. Просветов Г. И. Математические методы в экономике: Математические методы и модели в экономике: задачи и решения. – М: Альфа-Пресс, 2012. – 343 с.
4. Функция Кобба-Дугласа [Электронный ресурс] // Wikipedia: свободная энциклопедия: сайт. – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/Функция_Кобба_—_Дугласа.

Волков Руслан Евгеньевич

студент 2 курса магистратуры

ФГБОУ ВПО «Орловский государственный институт экономики и торговли»

e-mail: volkov_ru@rambler.ru

Прищеп Ирина Петровна

студентка 2 курса факультета экономики и управления

ФГБОУ ВПО «Орловский государственный институт экономики и торговли»

e-mail: prishpeirina@mail.ru

УДК 519.87

М.Н. БОРИСОВА

**ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В СИСТЕМЕ
ИНФОРМАЦИОННОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ УПРАВЛЕНИЯ
ОБОРОТНЫМИ СРЕДСТВАМИ**

Для эффективного управления оборотными средствами первостепенное значение имеет релевантное информационное обеспечение. Одним из инструментов его формирования является экономико-математическое моделирование.

Ключевые слова: оборотные средства, кругооборот оборотных средств, система управления оборотными средствами, экономико-математическое моделирование.

В условиях современной рыночной экономики становятся особенно актуальными вопросы рациональной и эффективной организации процессов управления и контроля за движением оборотных средств с целью увеличения эффективности материально-технического снабжения предприятия и сбыта произво-