

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ЭКОНОМИКИ

УДК 330.42

Э.А. Локтионова, М.В. Коржова

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА И БЛАГОСОСТОЯНИЯ С ПОМОЩЬЮ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО МНОЖЕСТВА

Для математического описания производственных процессов на более высоком уровне применяют технологическое множество. Этот способ описания производства посредством технологического множества обобщает понятие производственной функции и представляет общую формализацию понятий эффективной и прибыльной траектории экономики, а также их свойства.

Ключевые слова: производственный процесс, технологическое множество, производственная функция, потребление, вектор затрат, экономическая траектория, оптимальность.

Для моделирования производственных процессов на более высоком уровне формализации применяется технологическое множество, свойства которого отражают фундаментальные законы производства. Общность технологического множества по сравнению с производственной функцией заключается в широте способов его задания, в частности, в тех случаях, когда построение производственной функции затруднено. Посредством технологического множества можно задать динамику производственного процесса во времени, получить весьма общее определение экономической траектории и такие ее свойства, как эффективность, прибыльность.

Экономика благосостояния подразумевает такое развитие экономики, когда все потребители равномерно достигают максимума своей полезности. Однако на практике такая идеальная ситуация встречается довольно редко, так как благосостояние одних достигается порой за счет ухудшения состояния других. Поэтому реальнее рассматривать такой уровень распределения благ, когда ни один потребитель не может увеличить свое благосостояние, не ущемляя при этом интересов других потребителей.

В математических моделях экономики учет временных факторов помогает обнаружить логичную связь между экономическими процессами и естественным ростом производственных и потребительских возможностей. В линейных моделях при определенных условиях темп роста равен проценту капитала; и соответствующий процесс расширения экономики характеризуется как сбалансированным ростом интенсивностей выпуска всех продуктов, так и сбалансированным снижением их цен. Однако существуют другие модели, в кото-

рых производственный процесс описывается не посредством линейной производственной функции, а с помощью так называемого технологического множества.

Технологическим множеством Z называют множество таких преобразований экономики, в которых производство продукции Y при затратах X технологически возможно только в том случае, когда пара $(X; Y)$ принадлежит множеству Z . Математически это можно записать в виде: $(X; Y) \in Z$.

Пара $(X; Y)$ называется производственным процессом, поэтому множество Z представляет собой множество всех производственных процессов, возможных при данной технологии. В производственном процессе могут содержаться такие продукты, которые одновременно и затрачиваются, и выпускаются (например, горюче-смазочные материалы, мука, мясо и т.д.). Поэтому в экономико-математических моделях производство продукции Y и затраты X представляют в виде векторов $Y = (y_1, \dots, y_n)$ и $X = (x_1, \dots, x_n)$, имеющих одинаковую размерность.

Обозначим x_i – затрачиваемый объем i -го продукта, а y_i – его выпускаемый объем. Тогда разность $y_i - x_i$ называется чистым выпуском в технологическом процессе. Очень часто вместо производственного процесса рассматривают вектор чистого выпуска, характеризуя эту разность как интенсивность потока, т.е. величину чистого выпуска продукта в единицу времени.

Отметим некоторые свойства технологического множества, которые являются отражением фундаментальных законов производства.

1. Закон постоянства выпуска от масштаба производства означает, что пропорциональное увеличение (уменьшение) затрат приводит к соответствующему пропорциональному увеличению (уменьшению) выпуска. Математически это звучит так: для любого положительного числа λ (масштаб изменения производства) $\lambda Z \subset Z$.

2. Свойство выпуклости технологического множества означает: пусть имеются два процесса Z_1 и Z_2 , тогда для любого веса интенсивности потока $0 \leq \alpha \leq 1$ выпуклая комбинация, отражающая совместное функционирование этих производственных процессов

3. $\alpha \cdot Z_1 + (1 - \alpha) \cdot Z_2$ принадлежит технологическому множеству.

4. Если $(X; Y) \in Z$, то из $X = 0$ следует, что $Y = 0$, в производственном понимании это означает, что выпуск без затрат невозможен.

5. Свойство необратимости производственных процессов математически означает: если $(x; y) \in Z$, то $(y; x) \notin Z$. Причиной необратимости процессов является наличие невоспроизводимых факторов производства.

6. Свойство замкнутости технологического множества допускает возможность применения «крайних» режимов производства.

7. Свойство бездействия следует из того факта, что при любой технологии бездействие возможно. Математически: $(0; 0) \in Z$.

8. Свойство, отражающее нерациональное использование затрат, мате-

матически выглядит следующим образом: из $(x; y) \in Z, x \leq u, y \geq v$ следует, что $(u; v) \in Z$.

Разные производственные процессы в Z можно сравнивать как по эффективности, так и по прибыльности. Процесс $(x; y) \in Z$ называется эффективным, если в Z не содержатся более эффективные процессы, чем $(x; y)$. Говорят, что процесс $(x; y) \in Z$ более эффективен, чем процесс $(u; v) \in Z$, если $x \leq u, y \geq v$.

Введем вектор цен $P = (p_1 \dots p_n)$ и дадим определение более прибыльного процесса. Процесс $(x; y) \in Z$ более прибыльный, чем процесс $(u; v) \in Z$, если выполняется неравенство:

$$\langle p, y - x \rangle \geq \langle p, v - u \rangle \quad (1)$$

Эти два варианта натуральной и стоимостной оценки процессов оказываются фактически эквивалентными. Отсюда вытекают следующие утверждения:

- если при векторе цен $p > 0$ процесс (x^*, y^*) максимизирует прибыль $\langle p, y - x \rangle$ на множестве Z , то (x^*, y^*) является эффективным процессом;
- если Z выпукло и (x^*, y^*) – эффективный процесс, то существует такой вектор цен $p > 0$, что прибыль $\langle p, y - x \rangle$ достигает максимума при $x = x^*, y = y^*$.

Структуру технологического множества можно также определить для тех моделей, которые учитывают фактор времени. Пусть период планирования $[0, T]$ с дискретными точками $t = 0, 1, \dots, T$, и в начальном плановом периоде t экономика находится в состоянии x^t , т.е. характеризуется запасом товаров $x^t = (x_1^t, \dots, x_n^t)$. К концу периода экономика достигает другого состояния x^{t+1} , которое предопределено предыдущим состоянием. В этом случае говорят, что реализован производственный процесс $(x^t, x^{t+1}) \in Z$, где Z – заданное технологическое множество. На следующих этапах производства имеем $(x^{t+1}, x^{t+2}) \in Z$ и т.д.

Таким образом, осуществляется динамика развития экономики. Конечная последовательность векторов называется допустимой траекторией экономики на интервале времени $[0, T]$, если каждая пара двух ее последовательно идущих членов принадлежит множеству Z , т.е. $(x^t, x^{t+1}) \in Z$.

Допустимые траектории можно оценивать по эффективности и прибыльности, при этом справедливы утверждения:

- если траектория эффективная, то существует вектор цен $p > 0$, такой, что траектория x более прибыльна, чем другие траектории;
- если $p > 0$, то существует эффективная траектория, которая является более прибыльной, чем остальные траектории из технологического множества.

Таким образом, можно утверждать, что в любом технологическом множестве обязательно существует эффективная траектория. На множестве допустимых траекторий определяется числовая функция, которая каждой траектории ставит в соответствие определенное число, характеризующее качество траекто-

рии x . Оптимальной называется такая траектория, в которой числовая функция принимает максимальное значение.

Траекторию экономического роста рассматривают также с точки зрения аспекта потребления.

По существу, экономическая траектория – это кривая изменения фазового состояния экономики во времени под воздействием различных управляемых и неуправляемых факторов. Если не принимать во внимание существование непредсказуемых факторов, то можно говорить, что рычаги управления экономикой принадлежат ее участникам: одни – потребителям, вторые – производителям, третьи – государству. Каждый управляет своими рычагами, исходя из собственного интереса. Под воздействием управляющих параметров вектор состояния экономики приходит в движение, т.е. описывает некоторую кривую в фазовом пространстве (в пространстве состояний). Причем каждому «положению» этих рычагов соответствует своя траектория. Задача экономического управления (планирования) заключается в том, чтобы была реализована наиболее эффективная (оптимальная) траектория.

Существует достаточно много желательных условий, которые можно предъявить к экономической траектории: конкурентная равновесность, соответствие максимальному сбалансированному темпу роста (магистральность), оптимальность в смысле максимизации или минимизации какой-либо целевой функции.

Актуальность исследования моделей роста должна будет подняться на новый уровень в связи со становящейся все более популярной в последнее время концепцией устойчивого развития человеческого общества. Суть устойчивого развития состоит в том, что стремление общества к удовлетворению потребностей ныне живущих людей без лишения возможности будущих поколений удовлетворять свои потребности. Учет этой концепции при разработке долгосрочного экономического плана развития предполагает разрешение дилеммы, связанной с распределением благ на настоящее и будущее потребление. Обеспечение будущего потребления принято называть инвестициями, или капитальными вложениями.

С точки зрения настоящего момента более высокий уровень потребления предпочтительнее более низкого. Однако высокий уровень потребления влечет меньшие капитальные вложения (на будущее потребление). Поэтому вдоль траектории экономического роста возникает задача выбора оптимальной политики потребления. Ее можно сформулировать как динамическую оптимизационную модель и проанализировать с помощью математической теории оптимального управления.

Задача об оптимальных пропорциях потребления и инвестиций по своей сути относится к макроэкономике. Поэтому ее обычно моделируют для экономики, производящей один национальный продукт с использованием двух основных производственных факторов – труда и капитала. На таком макроуровне все величины представляются в их стоимостном измерении, валовый продукт ассоциируется с национальным доходом, а потребление и инвестиции состав-

ляют национальные расходы.

Для построения требуемой модели оптимального экономического роста в виде задачи оптимального управления необходимо ввести понятия фазового состояния экономики, управляющих параметров, построить уравнение движения, определить начальное состояние и критерий качества (целевой функционал). Такую модель называют неоклассической моделью оптимального экономического роста. Чтобы определить перечисленные элементы модели, оперируют «экономическими нормами», приходящимися на одного рабочего (на одну единицу трудовых ресурсов).

На завершающем этапе построения оптимизационной модели необходимо сконструировать функционал качества, оценивающий уровень достижения той или иной экономической цели. Такая цель должна быть нацелена на повышение благосостояния общества. Целевой функционал обычно задается на множестве допустимых траекторий системы. Оптимальной траекторией системы называется такая траектория, вдоль которой функция полезности принимает максимальное значение. Неоклассическая модель агрегированной задачи оптимального экономического роста иногда называют задачей рационального ведения хозяйства.

Одним из важных вопросов, изучаемых в математической экономике, является моделирование различных принципов эффективного развития экономики и исследование проблем, с ними связанных.

Причины невозможности разработки одного универсального принципа, которому должны подчиняться экономические процессы, лежат в самой экономике. Чем выше уровень требований к такому принципу, тем сложнее его реализация на практике. Например, хорошо, чтобы производители получали максимальные прибыли при минимальных затратах. Понятно, что этот принцип не реализуем ввиду противоречивости его условий. Каждый принцип оптимальности имеет свои плюсы и свои минусы. Например, плюсы принципа конкурентного равновесия в том, что при таком функционировании экономики потребители получают максимальную полезность в рамках имеющихся у них доходов, а производители - максимальные прибыли при существующей технологии, здесь также удовлетворены спросы и предложения всех членов общества на товары. Отрицательная сторона данного принципа состоит в том, что равновесие может иметь место при очень низком уровне доходов и технологии и в отсутствие качественного и количественного роста экономики, т.е. в условиях застоя. Поэтому необходимо, чтобы равновесной траектории экономики были бы присущи магистральные свойства, соблюдены оптимальные пропорции потребления и инвестиций, экономический прогресс не нарушал бы экологического равновесия. Однако такие требования могут привести к невозможности его практической реализации. Поэтому чем больше будет разработано разумных вариантов «оптимального поведения», тем шире будет возможность выбора подходящего сценария развития экономики для конкретной ситуации, при конкретных условиях.

В основе концепции экономического благосостояния лежит принцип оп-

тимальности итальянского экономиста Парето.

Изначально этот принцип был разработан для задач многокритериальной оптимизации. Допустим, что в Z существует такая точка, которая максимизирует (или минимизирует) функцию, однако нет никакой гарантии, что в этой же точке будут достигнуты максимальные (или минимальные) значения остальных функций ввиду их различности. Поэтому в задачах многокритериальной оптимизации не будут достигнуты максимумы и минимумы всех функций одновременно.

Принцип оптимальности по Парето предъявляет к понятию оптимальности более слабые требования, чем максимизация (или минимизация) целевых функций.

Смысл оптимальности точки по Парето заключается в том, что переход от нее к любой другой точке (в том числе к другой, оптимальной по Парето точке) обязательно сопровождается уменьшением значения хотя бы одной из целевых функций.

Ввиду нежесткости условий, его определяющих, множество Парето почти всегда существует, т.е. не пусто. Исходя из того факта, что оптимальность по Парето формализует один из принципов «социальной справедливости», желательно, чтобы равновесные векторы потребления удовлетворяли этому принципу оптимальности. В теории экономического благосостояния оптимальность по Парето изучается наряду с концепцией конкурентного равновесия.

Модели сбалансированного роста, описываемые с помощью технологического множества, исследуются с целью обобщения результатов, полученных Дж. фон Нейманом для расширяющейся экономики, описываемой линейными производственными функциями, на более широкие классы экономических процессов. При выполнении весьма слабых и достаточно четко экономически истолковываемых условий доказываемость возможности максимального сбалансированного роста в производстве; при этом магистральную траекторию (луч фон Неймана) можно построить, ограничиваясь положительными затратами, неотрицательными ценами единственным образом и добиться ее прибыльности. При более жестких условиях можно доказать общую теорему о магистральности оптимальных траекторий (теорему Раднера).

В агрегированных моделях роста одним из актуальных является вопрос о распределении валового выпуска между потреблением и инвестициями. Эта задача достаточно аккуратно формализуется как математическая модель оптимального управления. Такие модели называются неоклассическими моделями оптимального экономического роста. Они обычно содержат небольшое число элементов, интерпретируемых как национальный доход, потребление и инвестиции, причем национальный доход описывается с помощью агрегированной производственной функции, аргументами которой служат трудовые ресурсы и основные производственные фонды (капитал). Целевой функционал, значение которого требуется максимизировать, имеет смысл уровня благосостояния общества. Решая такую задачу, можно получить оптимальные пропорции ежегодного потребления и накопления.

Одним из желательных свойств распределения потребительских и производственных благ в условиях конкурентного равновесия является коллективная справедливость. Общество должно предпочитать такие распределения, когда кому-нибудь становится лучше, если при этом никому другому не становится хуже. Именно таков смысл оптимальных по Парето распределений. В так называемых моделях экономического благосостояния изучаются условия оптимальности распределений, входящих в конкурентное равновесие. Доказывается, что в модели Эрроу-Дебре равновесное распределение благ всегда является оптимальным по Парето, и, наоборот, с оптимальным по Парето распределением почти всегда можно связать какое-нибудь равновесное распределение благ.

Список литературы:

1. Макаров С.И. Математика для экономистов: учебное пособие. – М.: КНОРУС, 2008. – 264 с.
2. Бардовский В. П., Рудакова О. В., Самородова Е. М. Экономика: учебник. – М.: ИД «ФОРУМ», ИНФРА-М, 2011. – 672 с.

Локтионова Эльвира Анатольевна

*к.п.н., доцент кафедры математики, информатики и информационных технологий
ФГБОУ ВПО «Орловский государственный институт экономики и торговли»
e-mail: evdokia62@yandex.ru*

Коржова Мария Викторовна

*студентка 2 курса факультета учета и информационных технологий
ФГБОУ ВПО «Орловский государственный институт экономики и торговли»
e-mail: masha.korzhova@yandex.ru*

УДК 004.9:303.448

И.И. Сергеева, К.А. Горганова

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ПРИ ТЕСТИРОВАНИИ ПЕРСОНАЛА

В современном информационно-технологическом мире, который постоянно развивается и совершенствуется, ужесточаются требования к отбору персонала, изменяется необходимый набор профессиональных и личных качеств, способствующих созданию конкурентных преимуществ для бизнеса. В такой ситуации разработка новых технологий и инструментов для подбора персонала является наиглавнейшей задачей информационных технологий.

Ключевые слова: тестирование персонала, информационные технологии, личные качества, HR-специалист, управление персоналом.

21 век – век инновационных проектов во всех сферах жизнедеятельности человечества, в сфере труда усложняются процессы реализации работы и