

УДК 330.4:001.891.57

Волкова Ю.А., Локтионова Э.А.

ПОНЯТИЕ О СОСТАВНЫХ МОДЕЛЯХ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Волкова Юлия Андреевна, кандидат экономических наук, старший преподаватель кафедры финансов и кредита, ФГБОУ ВО «Орловский государственный университет экономики и торговли»; РФ, 302028, г. Орел, ул. Октябрьская, д. 12; e-mail: julia1489@list.ru

Локтионова Эльвира Анатольевна, кандидат педагогических наук, доцент кафедры математики, информатики и информационных технологий, ФГБОУ ВО «Орловский государственный университет экономики и торговли»; РФ, 302028, г. Орел, ул. Октябрьская, д. 12; e-mail: Evdokia62@yandex.ru

В данной статье рассмотрены принципы классификации функций при использовании их в экономических процессах. На основе выявленных тенденций строятся составные модели процессов, которые находят применение в различных областях экономики и управления. В составных моделях по мере увеличения величины факторного признака может происходить смена одной тенденции на другую, основанная на изменении поведения производной данной функции.

Ключевые слова: математические функции, классификация функций, тенденции, устойчивые взаимосвязи, факторный признак, асимптота, дифференциальное исчисление.

Математический аппарат дифференциального исчисления широко применяется в курсе современной экономики. Как известно, одним из основополагающих понятий математического анализа является понятие функции. Изучение ее свойств и операций над функциями (нахождение пределов, дифференцирование, интегрирование, разложение в бесконечный ряд и т.п.) составляют основу для самостоятельных разделов математического анализа (теория пределов, дифференциальное и интегральное исчисления, теория рядов и т.п.). Естественно, что при изучении экономических процессов необходимо иметь достаточно четкие и твердые представления о том, что такое математическая функция и как она связана с описанием окружающего нас мира; каковы принципы классификации функций и особенности их использования в сфере экономики.

Существуют различные подходы к освещению этих вопросов. В литературе можно найти различные определения понятия функциональной зависимости между переменными X и Y (традиционное; основанное на понятиях теории множеств и т.д.). При всей своей математической ясности и строгости с точки зрения обсуждаемой проблемы они имеют один весьма серьезный недостаток: не отражают роль функции как инструмента при использовании математических методов в прикладных исследованиях.

Наиболее доходчивым с точки зрения прикладной направленности в экономических процессах является следующее образное представление функции. Можно сказать, что функции – это математические портреты устойчивых взаимосвязей в окружающем нас мире.

Обсуждая этот вопрос, уместно провести следующую аналогию. Портрет (образ) лица человека можно выполнить с применением различных технологий (инструментов): масляных красок, акварели, карандаша, при помощи фотосъемки, вылепить из глины или высечь в мраморе... Он отражает наиболее важные (существенные) черты оригинала и в этом смысле может рассматриваться как его модель (образ). Точно так же математическая функция или совокупность нескольких функций может служить моделью (портретом) определенной устойчивой закономерности в окружающем нас мире.

Изложение этих вопросов, на наш взгляд, целесообразно вести по схеме, представленной в форме следующих тезисов:

1. В окружающем нас мире существуют различного рода устойчивые взаимосвязи,

выявление и количественное описание которых необходимо человеку для прогнозирования явлений и принятия обоснованных управленческих решений.

2. Описание устойчивых взаимосвязей посредством математических понятий и символов следует рассматривать как создание образа (портрета, модели) этой взаимосвязи при помощи математического аппарата.

3. Известные еще со школы простейшие математические функции можно рассматривать как «портреты» простых и интуитивно понятных любому слушателю устойчивых взаимосвязей между величинами.

Существует множество признаков, по которым классифицируют математические функции (четность и нечетность, возрастание и убывание, простые и сложные, элементарные и неэлементарные и т.д.), основные из них базируются только на математических свойствах функций и не отражают их применение.

Проведенный анализ учебной и научно-производственной литературы позволил выявить шесть основных типов тенденций, которые можно рассматривать как своего рода шаблоны, позволяющие выбрать для количественного описания конкретного экономического процесса тот или иной вид математической функции:

- возрастание с постоянной скоростью;
- возрастание с монотонно убывающей скоростью;
- возрастание с монотонно возрастающей скоростью;
- убывание с постоянной скоростью;
- убывание с монотонно убывающей скоростью;
- убывание с монотонно возрастающей скоростью.

Описанные шесть типов тенденций можно рассматривать в качестве основных (элементарных), используемых в качестве ведущего признака при классификации экономических процессов с позиции их количественного (математического) описания.

Гораздо легче и эффективнее с точки зрения теории обучения изучить свойства шести типовых моделей, чем запоминать свойства десятков закономерностей из различных разделов экономики, менеджмента и других специальных дисциплин.

В то же время следует четко понимать, что далеко не все закономерности в сфере экономики укладываются в рамках рассмотренных выше тенденций. В ряде случаев по мере увеличения величины факторного признака x может происходить смена одной тенденции на другую. В таких ситуациях уместно говорить о составных моделях экономических процессов, включающих в себя две или более различные тенденции. Рассмотрим несколько примеров таких процессов.

В теории управления и ряде других наук при описании возрастающих тенденций мы встречаемся с логистическими моделями, графики которых имеют точку перегиба и по форме напоминают латинскую букву S (рис. 1).

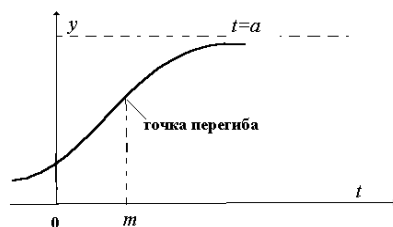


Рисунок 1 – S-образная кривая Верхульста

Их называют также S -образными кривыми (логистическими кривыми или кривыми Верхульста). Уравнение этих кривых является решением дифференциального уравнения вида:

$$\frac{dy}{dx} = ky - \beta y^2 \quad (1)$$

и имеет вид:

$$y = \frac{a}{1 + be^{-\beta x}}, \quad (2)$$

где $a > 0, \beta > 0, b > 0$.

Такая зависимость была впервые предложена французским математиком Верхьюльстом в середине XIX века для описания динамики численности популяции y , когда скорость роста численности этой популяции y' линейно падает с ростом текущей ее численности x .

Кривая Верхьюльста имеет две горизонтальные асимптоты: нижнюю $y=0$ при $t \rightarrow -\infty$ и верхнюю $y=a$ при $t \rightarrow +\infty$ и одну точку перегиба графика с абсциссой $t=m$.

Как видно из рис. 1, левее точки перегиба (при $t < m$) кривая описывает тенденцию возрастания с монотонно возрастающей скоростью, которая после точки перегиба переходит в тенденцию возрастания с монотонно убывающей скоростью. Таким образом, в точке перегиба графика непрерывной функции мы наблюдаем смену типа тенденции описываемого этой функцией экономического процесса, и это обстоятельство играет важную роль при интерпретации рассматриваемой модели в прикладных исследованиях.

В микроэкономике форму S -образной кривой имеет график краткосрочной производственной функции $Q=Q(R)$, описывающей зависимость объема производства Q от количества R используемых для этого переменных ресурсов [1]. При этом слева от точки перегиба графика мы имеем случай возрастающей доходности ресурса, а справа от точки перегиба – случай убывающей доходности.

В менеджменте S -образная кривая описывает зависимость между затратами x , направленными на развитие некоторой технологии, и результативностью y этих затрат (рисунок 2). При этом крутизна S -образной кривой характеризует эффективность затрат на совершенствование технологии производства продукции или на организацию коммерческой деятельности фирмы [2].

Один из законов менеджмента гласит: всякая технология, связанная с производством новых видов изделий или организацией новых форм коммерческой деятельности, проходит в своем развитии три фазы:

- фазу зарождения (I),
- фазу быстрого прогресса (II),
- фазу достижения предела своих потенциальных возможностей (III).

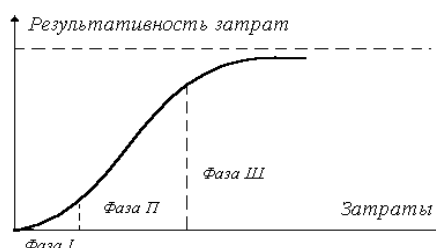


Рисунок 2 – К использованию логистической кривой в менеджменте

Фаза (I) соответствует начальному этапу развития технологии, когда она еще весьма несовершенна и отдача от вложенных в нее средств невелика.

Фаза (II) соответствует этапу быстрого развития технологии, когда обеспечивается высокая эффективность вложенных в нее средств.

Фаза (III) характерна для технологий, которые практически исчерпали свои потенциальные возможности развития, и дальнейшее повышение их эффективности требует вложения непомерно больших средств.

При моделировании тактики коммерческой фирмы-монополиста рассматривается функция общей выручки фирмы $W(x)$, которая при определенных условиях имеет локальный экстремум (максимум) в некоторой точке $x = m$ (рис. 3). Нетрудно убедиться, что левее точки локального максимума кривая описывает тенденцию возрастания с монотонно убывающей скоростью, а правее этой точки – тенденцию убывания с монотонно возрастающей скоростью. Следовательно, в точках локального экстремума функции мы также наблюдаем смену типа тенденции в описываемом этой функцией процессе.

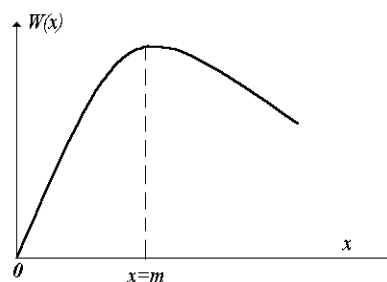


Рисунок 3 – Вид зависимости общей выручки $W(x)$ фирмы от объема продаж x

Такой подход рассмотрения известной в курсе математического анализа процедуры исследования поведения функции и построение эскиза ее графика позволяет наполнить абстрактное математическое упражнение по исследованию функции $y=f(x)$ методами дифференциального исчисления реальным содержанием, допускающим содержательную интерпретацию получаемых результатов применительно к конкретной прикладной направленности (экономической, биологической и др.).

Моделирование является мощным инструментарием для изучения экономики, оно позволяет наглядно представить происходящие процессы, спрогнозировать их дальнейшее развитие и внести коррективы, предупреждающие кризисные ситуации.

Список литературы:

1. Богомолов Н.В. Математика: учебник для прикладного бакалавриата / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко; под общ. ред О. В. Татарникова. – 5-е изд., перераб. и доп. – М.: Юрайт, 2015. – 396 с.
2. Бугров Я. С. Высшая математика: учебник для академического бакалавриата: в 3-х тт. Т. 1.: в 2-х кн. Дифференциальное и интегральное исчисление. Кн. 1. – 7-е изд., стер. – М.: Юрайт, 2016. – 254 с.
3. Математика для экономистов: учебник для академического бакалавриата / под общ. ред О. В. Татарникова. – М.: Юрайт, 2015. – 593 с.
4. Савина А.Г., Малявкина Л.И. Математический алгоритм выявления скрываемой информации в ходе социологических обследований // Научные записки ОрелГИЭТ. – 2016. - №4(16). – С.40-43.
5. Савина А.Г., Татарченко А.А. Отношение потребителя к риску как фактор, определяющий вид функции полезности // Проблемы современных интеграционных процессов и пути их решения: сборник статей Международной научно-практической конференции (23 мая 2016 г., г. Киров). В 2 ч. Ч.1. – Уфа: МЦИИ ОМЕГА САЙНС, 2016. –216с. – С. 139-142.
6. Савина А.Г., Блок А.В., Шаникова И.В. Роль и формы проявления эмерджентности в социально-экономических системах // Научные записки ОрелГИЭТ. – 2013. - №1(7). – С. 296-299.
7. Хыдырова Г.Д., Душкина А.Ю., Савина А.Г. Математическая модель задачи о назначениях и возможности ее использования при принятии управленческих решений // Научные записки ОрелГИЭТ. – 2013. – №1(7). – С. 305-310.